物理　正解・解答例

1

問１　（解答例）

（証明）　図１より，

$$|\boldsymbol{r}_i|^2 = x_i^2 + y_i^2$$

$$\therefore I_z = \sum_i m_i |\boldsymbol{r}_i|^2 = \sum_i m_i y_i^2 + \sum_i m_i x_i^2$$

ここで，

$$\sum_i m_i y_i^2 = I_x,\ \sum_i m_i x_i^2 = I_y$$

より，$I_z = I_x + I_y$（証明終わり）

（採点基準）：慣性モーメントの計算式が正しいか。

問２　（解答例）

（証明）$\boldsymbol{r}_i = \boldsymbol{r}'_i + \boldsymbol{r}_c$より，

$$\begin{aligned} x_i^2 + y_i^2 &= (x'_i + x_c)^2 + (y'_i + y_c)^2 \\ &= \left(x_i'^2 + y_i'^2\right) + (x_c{}^2 + y_c{}^2) + 2x_c x'_i + 2y_c y'_i \end{aligned}$$

したがって，直線l（ｚ軸）に関する剛体（質点系）の慣性モーメントは，

$$\begin{aligned} I &= \sum_i m_i\left(x_i^2 + y_i^2\right) \\ &= \sum_i m_i\left(x_i'^2 + y_i'^2\right) + \sum_i m_i (x_c{}^2 + y_c{}^2) + 2x_c \sum_i m_i x'_i + 2y_c \sum_i m_i y'_i \end{aligned}$$

ここで，

$$\sum_i m_i\left(x_i'^2 + y_i'^2\right) = I_c$$

$$M = \sum_i m_i$$

$$\sum_i m_i (x_c{}^2 + y_c{}^2) = Mh^2$$

$$\sum_i m_i x'_i = 0$$

$$\sum_i m_i y'_i = 0$$

より，

$$I = I_c + Mh^2$$

（証明終わり）

（採点基準）：Ｃが質量中心であることにより，$\sum_i m_i x'_i = 0$，$\sum_i m_i y'_i = 0$としているか。

物理　正解・解答例

2

問１

（解答例）

（１）電荷分布の球対称性より，電界は球の中心を原点とする位置ベクトルと同じ向きで，その大きさは r のみの関数となる。物体を囲む半径 r の球面上の電界の大きさを $E(r)$ とすると，導体間の空洞部分 $(a<r<b)$ においてガウスの定理を適用して，

$$E(r)\times 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \therefore E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

一方，導体殻の外部 $(r>b)$ では，

$$E(r)\times 4\pi r^2 = \frac{Q+(-Q)}{\varepsilon_0} \quad \therefore E(r) = 0$$

（２）導体殻の外部では電界がゼロなので導体殻の電位はゼロである。従って導体球の電位は，

$$V = \int_b^a (-E(r))dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$$

（採点基準）

（１）電界の球対称性について述べ，電界の向きと大きさを答えている。

（２）無限遠の電位を考慮して，導体球の電位を答えている。

問２

（解答例）

導体間に大きさ v の電圧を印加したとき蓄えられる電荷の大きさを q とすると，導体球の表面近傍の電界の大きさは，

$$E(a) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = \frac{v}{a^2\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$$

となる。v と b を一定にしてこの式が最小となるのは $a=b/2$ のときである。

（採点基準）

導体球の表面近傍の電界の大きさの式を求め，最小となる a を答えている。

物理　正解・解答例

3

問１

（１）ピストンがつり合っている時，大気圧とピストンの重さによる圧力の合計が，シリンダー内部の圧力と等しい。

$$P_0 = P_{\mathrm{A}} + \frac{mg}{S}$$

（採点基準）内圧の意味を理解している。

（２）理想気体の圧力，体積をそれぞれP, Vとすると，等温変化の場合PVは不変である。ピストンを押し込む前後では，

$$P_0 lS = P(x)(l - x)S$$

$P(x)$について解くと，xが小さい時には，

$$P(x) = \frac{l}{l - x} P_0 = \left(1 - \frac{x}{l}\right)^{-1} P_0 \cong \left(1 + \frac{x}{l}\right) P_0$$

（採点基準）PVが不変であることに気づく。xが小さい時の近似ができる。

問２

ピストンがつり合っている時の圧力P_0と，$P(x)$との差によってピストンに力がかかる。

$$P_0 S - P(x)S = -\frac{P_0 S}{l} x$$

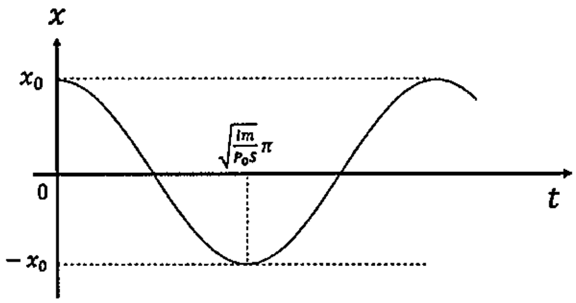
運動方程式は，

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{P_0 S}{l} x$$

となり，$t = 0$で$x = x_0$という初期条件の下で運動方程式を解くと，

$$x = x_0 \cos\sqrt{\frac{P_0 S}{lm}}\, t$$

これを図にすると，



（採点基準）運動方程式を解き，その結果を図示できる。